第7講　2次関数(3)

例題7－1

次の2次方程式の実数解の個数を調べよ．また，実数解をもつ場合はその実数解を答えよ．

(1)　$x^2+3x+1=0$

(2)　$9x^2-6x+1=0$

(3)　$3x^2-5x+3=0$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７ー１

次の２次方程式の実数解の個数を調べよ．また，実数解をもつ場合はその実数解を答えよ．

(1)　$x^2-4x+1=0$

(2)　$-x^2+x-4=0$

(3)　$4x^2-20x+25=0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－２

2 次関数 $y=x^2+4x+k$ のグラフと x 軸との共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるか.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－２

2 次関数 $y=-x^2+2x+k+3$ のグラフと x 軸との共有点の個数が次のようになるときの，k のとりうる値の範囲を求めよ．

(1)　2 個　　(2)　1 個　　(3)　0 個

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－３

次の２次不等式を解け.

(1)　$x^2+x-2>0$　　(2)　$x^2-3x-2\geqq 0$

(3)　$3x^2-10x+3<0$　　(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－３

次の２次不等式を解け.

(1)　$x^2-7x+10>0$

(2)　$4x^2-5x-3<0$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$

(4)　$x^2\geqq 8$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－４

(1)　次の２次不等式を解け.

　(ア)　$(x-2)^2>0$　　(イ)　$(x-2)^2\geqq 0$

　(ウ)　$(x-2)^2<0$　　(エ)　$(x-2)^2\leqq 0$

(2)　次の２次不等式を解け.

　(ア)　$x^2-2x+3<0$　　(イ)　$2x^2-5x+4\geqq 0$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題７－４

次の２次不等式を解け.

(1)　$4x^2-4x+1>0$

(2)　$-x^2+6x-9\geqq 0$

(3)　$-x^2+x-1>0$

(4)　$x^2-2x+5\geqq 0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　2次関数(3)

(1)　2次関数 $y=2x^2-4(k-1)x+2k^2-k-1$ のグラフと x 軸との共有点の個数は以下の通り.

$k<$ [ア] のとき [イ] 個　　$k=$ [ア] のとき [ウ] 個

$k>$ [ア] のとき [エ] 個

(2)　2次不等式 $2x^2+5x-3\leqq 0$ の解は $-$[オ]$\leqq x\leqq \dfrac{1}{[カ]}$ である.

(3)　次の2次不等式の解を　①すべての実数　②解なし　より選べ.

(i)　$x^2-x+\dfrac{1}{4}\geqq 0$ [キ]　　(ii)　$x^2-6x+11>0$ [ク]

(iii)　$-x^2+2x-5\geqq 0$ [ケ]

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　2次関数(3)

例題7－1

次の2次方程式の実数解の個数を調べよ．また，実数解をもつ場合はその実数解を答えよ．

(1)　$x^2+3x+1=0$

(2)　$9x^2-6x+1=0$

(3)　$3x^2-5x+3=0$

判別式を D とする．

(1)　$D=3^2-4\cdot1\cdot1=9-4=5>0$

よって実数解の個数は**2個**　　実数解は　$\boldsymbol{x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}}$

(2)　$D=(-6)^2-4\cdot9\cdot1=36-36=0$

よって実数解の個数は**1個**　　実数解は　$\boldsymbol{x}=\dfrac{6}{18}=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

(3)　$D=(-5)^2-4\cdot3\cdot3=25-36=-11<0$

よって実数解の個数は**0個**

類題7－1

次の2次方程式の実数解の個数を調べよ．また，実数解をもつ場合はその実数解を答えよ．

(1)　$x^2-4x+1=0$

(2)　$-x^2+x-4=0$

(3)　$4x^2-20x+25=0$

判別式を D とする．

(1)　$D=(-4)^2-4\cdot1\cdot1=16-4=12>0$

よって実数解の個数は**2個**　　実数解は　$x=\dfrac{4\pm\sqrt{12}}{2}=\dfrac{4\pm2\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{2\pm\sqrt{3}}$

(2)　$-x^2+x-4=0$　より　$x^2-x+4=0$

$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot4=1-16=-15<0$

よって実数解の個数は**0**個

(3)　$D=(-20)^2-4\cdot4\cdot25=400-400=0$

よって実数解の個数は**1個**　　実数解は　$x=\dfrac{20}{8}=\boldsymbol{\dfrac{5}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－２

２次関数 $y=x^2+4x+k$ のグラフと x 軸との共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるか.

２次関数 $y=x^2+4x+k$ と x 軸との共有点の個数は，２次方程式 $x^2+4x+k=0$ の実数解の個数である.

この方程式の判別式を D とすると　$D=4^2-4k=16-4k$

$D>0$　つまり　$16-4k>0$　より　$\boldsymbol{k<4}$　**のとき　２個**

$D=0$　つまり　$16-4k=0$　より　$\boldsymbol{k=4}$　**のとき　１個**

$D<0$　つまり　$16-4k<0$　より　$\boldsymbol{k>4}$　**のとき　０個**

類題７－２

２次関数 $y=-x^2+2x+k+3$ のグラフと x 軸との共有点の個数が次のようになるときの，k のとりうる値の範囲を求めよ.

(1)　２個　　(2)　１個　　(3)　０個

２次関数 $y=-x^2+2x+k+3$ と x 軸との共有点の個数は，２次方程式 $-x^2+2x+k+3=0$ つまり　$x^2-2x-k-3=0$ の実数解の個数である.

この方程式の判別式を D とすると　$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-k-3)=4k+16$

(1)　２個のときは　$D>0$　つまり　$4k+16>0$　より　$\boldsymbol{k>-4}$

(2)　１個のときは　$D=0$　つまり　$4k+16=0$　より　$\boldsymbol{k=-4}$

(3)　０個のときは　$D<0$　つまり　$4k+16<0$　より　$\boldsymbol{k<-4}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－３

次の２次不等式を解け.

(1)　$x^2+x-2>0$　　(2)　$x^2-3x-2\geqq 0$

(3)　$3x^2-10x+3<0$　　(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$

(1)　$x^2+x-2>0$　より　$(x+2)(x-1)>0$　　よって　$\boldsymbol{x<-2,\ 1<x}$

(2)　$x^2-3x-2=0$　を解くと　$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

よって　$x^2-3x-2\geqq 0$ の解は　$\boldsymbol{x\leqq\dfrac{3-\sqrt{17}}{2},\ \dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\leqq x}$

(3)　$3x^2-10x+3<0$　より　$(3x-1)(x-3)<0$　　よって　$\boldsymbol{\dfrac{1}{3}<x<3}$

(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$　より　$x^2-x-1\leqq 0$

$x^2-x-1=0$　を解くと　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

よって　$-x^2+x+1\geqq 0$ の解は　$\boldsymbol{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\leqq x\leqq\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$

類題７－３

次の２次不等式を解け.

(1)　$x^2-7x+10>0$　　(2)　$4x^2-5x-3<0$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$　　(4)　$x^2\geqq 8$

(1)　$x^2-7x+10>0$　より　$(x-2)(x-5)>0$　よって　$\boldsymbol{x<2,\ 5<x}$

(2)　$4x^2-5x-3=0$　を解くと　$x=\dfrac{5\pm\sqrt{73}}{8}$

よって　$4x^2-5x-3<0$ の解は　$\boldsymbol{\dfrac{5-\sqrt{73}}{8}<x<\dfrac{5+\sqrt{73}}{8}}$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$　より　$x^2-4x-7\leqq 0$

$x^2-4x-7=0$　を解くと　$x=2\pm\sqrt{11}$

よって　$-x^2+4x+7\geqq 0$ の解は　$\boldsymbol{2-\sqrt{11}\leqq x\leqq 2+\sqrt{11}}$

(4)　$x^2\geqq 8$　より　$x^2-8\geqq 0$

$x^2-8=0$ を解くと　$x^2=8$　　$x=\pm 2\sqrt{2}$

よって　$x^2\geqq 8$ の解は　$\boldsymbol{x\leqq -2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}\leqq x}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題７－４

(1)　次の２次不等式を解け.

(ア)　$(x-2)^2>0$　　(イ)　$(x-2)^2\geqq 0$

(ウ)　$(x-2)^2<0$　　(エ)　$(x-2)^2\leqq 0$

(2)　次の２次不等式を解け.

(ア)　$x^2-2x+3<0$　　(イ)　$2x^2-5x+4\geqq 0$

(1)(ア)　**２以外のすべての実数**　　(イ)　**すべての実数**

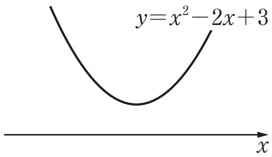
(ウ)　**解はない**　　(エ)　$\boldsymbol{x=2}$

(2)(ア)　２次方程式 $x^2-2x+3=0$ の判別式を D とすると

$$D=4-4\cdot1\cdot3=-8<0$$

よって　$y=x^2-2x+3$ のグラフは右図.

したがって　$x^2-2x+3<0$ の　**解はない**

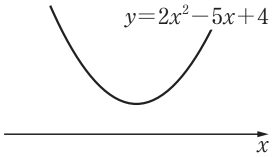


(イ)　２次方程式 $2x^2-5x+4=0$ の判別式を D とすると

$$D=25-4\cdot2\cdot4=25-32=-7<0$$

よって　$y=2x^2-5x+4$ のグラフは右図.

したがって　$2x^2-5x+4\geqq 0$ の解は　**すべての実数**



類題７－４

次の２次不等式を解け.

(1)　$4x^2-4x+1>0$　　(2)　$-x^2+6x-9\geqq 0$

(3)　$-x^2+x-1>0$　　(4)　$x^2-2x+5\geqq 0$

(1)　$4x^2-4x+1>0$　より　$(2x-1)^2>0$

よって　$\boldsymbol{x=\frac{1}{2}}$ **以外のすべての実数**

(2)　$-x^2+6x-9\geqq 0$　より　$x^2-6x+9\leqq 0$　$(x-3)^2\leqq 0$

よって　$\boldsymbol{x=3}$

(3)　$-x^2+x-1>0$　より　$x^2-x+1<0$

$x^2-x+1=0$ の判別式を D とすると　$D=1-4=-3<0$

したがって　$x^2-x+1<0$ の　**解はない**

(4)　$x^2-2x+5=0$ の判別式を D とすると　$D=4-4\cdot1\cdot5=4-20=-16<0$

したがって　$x^2-2x+5\geqq 0$ の解は　**すべての実数**

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　２次関数(3)

(1)　２次関数 $y=2x^2-4(k-1)x+2k^2-k-1$ のグラフと x 軸との共有点の個数は以下の通り．

$k<$ ア のとき イ 個　　$k=$ ア のとき ウ 個

$k>$ ア のとき エ 個

(2)　２次不等式 $2x^2+5x-3\leqq 0$　の解は　$-$ オ $\leqq x\leqq \dfrac{1}{\text{カ}}$　である．

(3)　次の２次不等式の解を　①すべての実数　　②解なし　より選べ．

(i)　$x^2-x+\dfrac{1}{4}\geqq 0$　キ　　(ii)　$x^2-6x+11>0$　ク

(iii)　$-x^2+2x-5\geqq 0$　ケ

解答例

(1)　２次関数 $y=2x^2-4(k-1)x+2k^2-k-1$　と x 軸との共有点の個数は，

２次方程式 $2x^2-4(k-1)x+2k^2-k-1=0$ の実数解の個数である．判別式を D とすると，

$D=\{-4(k-1)\}^2-4\cdot 2\cdot(2k^2-k-1)=16(k-1)^2-16k^2+8k+8$

$=16(k^2-2k+1)-16k^2+8k+8=-24k+24$

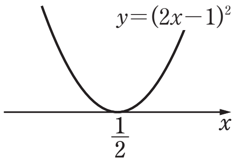
$D>0$　つまり　$-24k+24>0$　より　$k<\mathbf{1}$　のとき　**2** 個

$D=0$　つまり　$-24k+24=0$　より　$k=1$　のとき　**1** 個

$D<0$　つまり　$-24k+24<0$　より　$k>1$　のとき　**0** 個

(2)　$2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)\leqq 0$　の解は　$-\mathbf{3}\leqq x\leqq \dfrac{1}{\mathbf{2}}$

(3)(i)　$x^2-x+\dfrac{1}{4}\geqq 0$　より　$4x^2-4x+1\geqq 0$　　$(2x-1)^2\geqq 0$

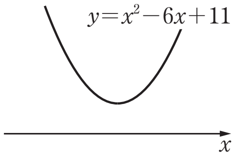


よって　$y=(2x-1)^2$ のグラフは右図．

したがって　$x^2-x+\dfrac{1}{4}\geqq 0$　の解は　すべての実数（①）

(ii)　$x^2-6x+11=0$ の判別式を D とすると

$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 11=-8<0$



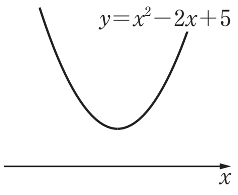
よって　$y=x^2-6x+11$ のグラフは右図．

したがって　$x^2-6x+11>0$ の解は　すべての実数（①）

(iii)　$-x^2+2x-5\geqq 0$　より　$x^2-2x+5\leqq 0$

$x^2-2x+5=0$ の判別式を D とすると

$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 5=4-20=-16<0$



よって　$y=x^2-2x+5$ のグラフは右図．

したがって　$-x^2+2x-5\geqq 0$ の　解はない（②）

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。